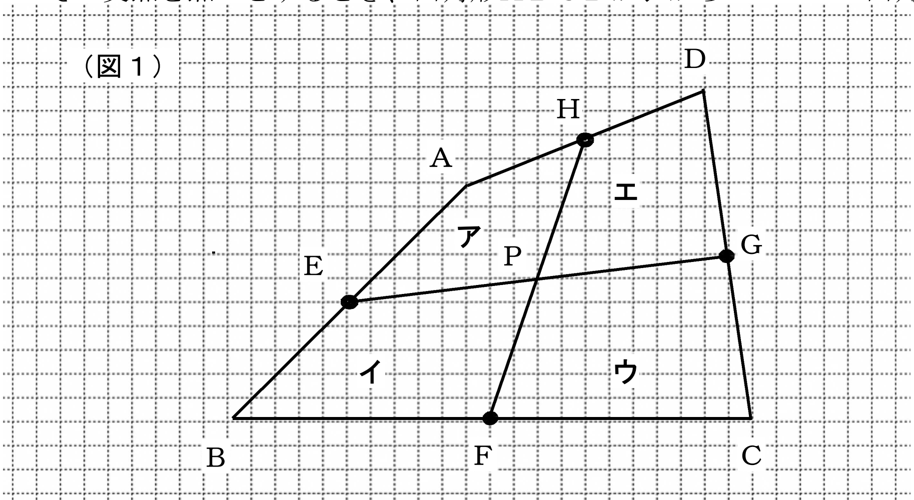
中学校　数学

年	組	番	氏名

1　学さんは授業で、下の**図１**のような方眼紙にかかれた図を基に、四角形の性質について考えています。

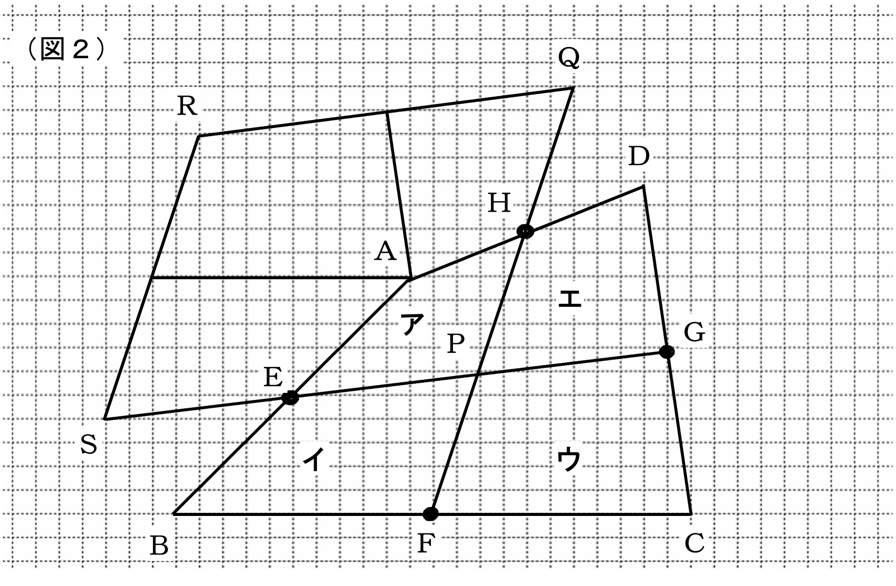
先生：方眼紙に**図１**のように四角形ＡＢＣＤをかきます。次に四角形の４つの辺ＡＢ、ＢＣ、ＣＤ、ＤＡの中点をそれぞれＥ、Ｆ、Ｇ、Ｈとします。**図１**のように、線分ＥＧ、ＦＨをひき、その交点を点Ｐとするとき、四角形ＡＢＣＤが**ア**から**エ**の４つの四角形に分けられます。

（図１）



先生：この四角形ＡＢＣＤを線分ＥＧ、ＦＨで切り離し、**ア**から**エ**の４つの四角形を下の①～④の動かし方の手順に従って並べると、**図２**のような四角形ＰＱＲＳになります。
この四角形ＰＱＲＳは、どんな四角形になるかを考えてみましょう。

（図２）

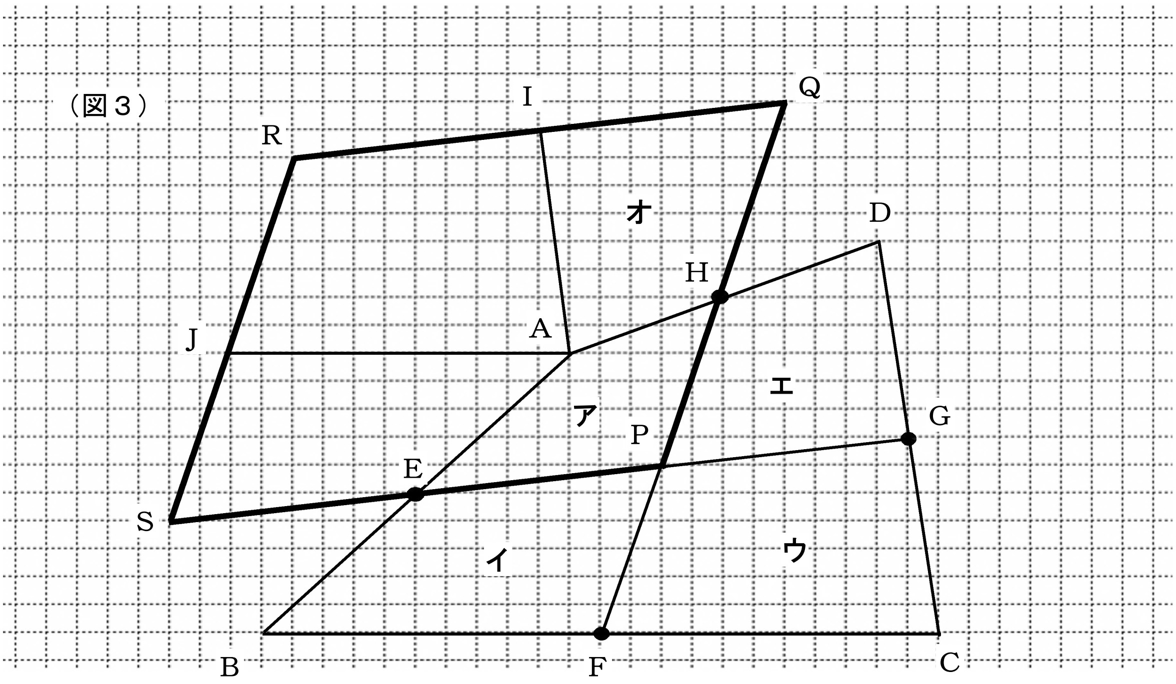


動かし方の手順

① 四角形**ア**は、動かさないものとする。
② 四角形**イ**を、点Ｅを中心として、180°　回転移動する。
③ 四角形**ウ**を、頂点Ｃが頂点Ａに重なるように、平行移動する。
④ 四角形**エ**を、＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 回転移動する。

問１　学さんは先生の話を聞いて、**図２**の四角形**エ**（四角形ＤＨＰＧ）をどのように回転移動させると、下の**図３**の四角形**オ**（四角形ＡＨＱＩ）の位置に移動するのかを考えました。

動かし方の手順④の [　　　] に当てはまる言葉を書きなさい。



動かし方の手順

①　四角形**ア**は、動かさないものとする。

②　四角形**イ**を、点Ｅを中心として、180°　回転移動する。

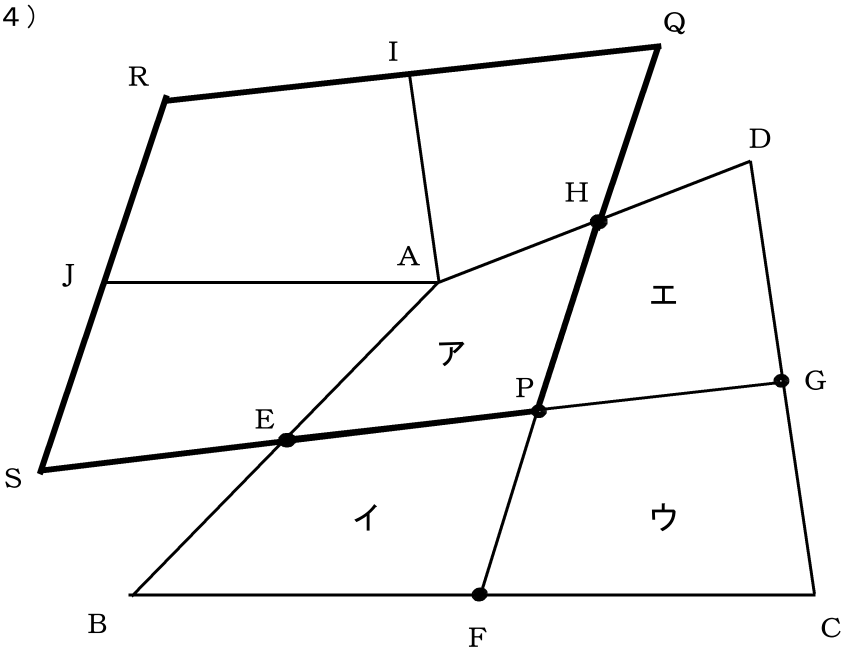
③　四角形**ウ**を、頂点Ｃが頂点Ａに重なるように、平行移動する。

④　四角形**エ**を、[　　　　　　　　　　　　] 回転移動する。

問２　学さんは、「**問１の動かし方の手順**に従って、移動後にできた四角形ＰＱＲＳは、もとの四角形がどんな四角形であっても平行四辺形になる」と考えました。

図４をもとに、**学さんの証明**の①［　］～ ⑤［　］に当てはまる言葉や角を書きなさい。

（図４）



学さんの証明

① ［　　　　］ので、∠ＥＰＨ＝∠ＧＰＦ　･･･(1)、∠ＦＰＥ＝∠ＨＰＧ　･･･(2)

平行移動させた図形の対応する角は等しいので、② ［　　　　］＝∠ＩＲＪ　･･･(3)

また、回転移動させた図形の対応する角は等しいので、

③ ［　　　　］＝∠ＪＳＥ　･･･(4)、④ ［　　　　］＝∠ＨＱＩ　･･･(5)

(1)、(3) より　　∠ＥＰＨ＝∠ＩＲＪ･･･(6)

(2)、(4)、(5) より　∠ＪＳＥ＝∠ＨＱＩ　･･･(7)

(6)、(7) より、四角形ＰＱＲＳの ⑤ ［（条件）　　　　］

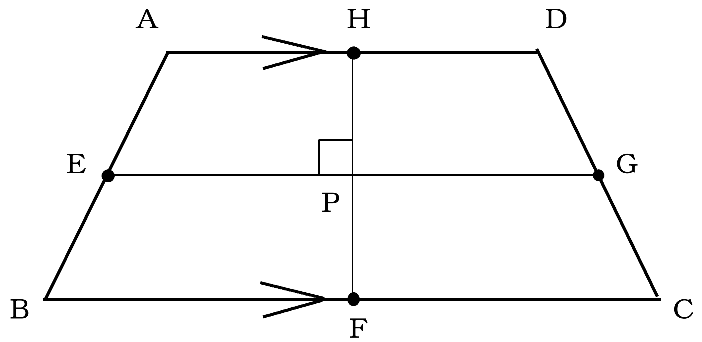
したがって、四角形ＰＱＲＳは平行四辺形になる。

問３　次に学さんは、もとの四角形ＡＢＣＤが**図５**のようなＡＤ//ＢＣである台形で考えてみました。各辺の中点をそれぞれＥ、Ｆ、Ｇ、Ｈとし、線分ＥＧ、ＦＨをひいて、その交点を点Ｐとすると、ＥＧ⊥ＦＨになりました。

問１の動かし方の手順に従って移動させた後にできる四角形ＰＱＲＳは、どんな四角形になるか、適切な名称を答えなさい。

また、その四角形になる理由を、２つの線分ＥＧ、ＦＨの位置関係をもとに説明しなさい。

（図５）　ＡＤ//ＢＣ　、ＥＧ⊥ＦＨ



（移動後の四角形の名称）

（理由）

２つの線分ＥＧ、ＦＨは、

中学校　数学　解答用紙

年	組	番	氏　　　名

1

問１	四角形**エ**を ［　　　］ 回転移動する。
問２	① ［　　　］ ② ［　　　］ ③ ［　　　］ ④ ［　　　］ ⑤ ［　　　］
問３	（移動後の四角形の名称） （理由） ２つの線分ＥＧ、ＦＨは、

中学校　数学　解答例

年	組	番	氏　　　名

1

問１	四角形エを　点Ｈを中心として、180°　回転移動する。
問２	①　対頂角は等しい ②　∠ＧＰＦ ③　∠ＦＰＥ ④　∠ＨＰＧ ⑤　２組の対角がそれぞれ等しい
問３	（移動後の四角形の名称） 長方形 （理由）例 ２つの線分ＥＧ、ＦＨは、　垂直に交わっており、また、 平行移動や回転移動させた図形の対応する角は等しく、 四角形ＰＱＲＳの４つの内角が全て直角になるから。

〈中学校　数学　解説〉

設問1問１

１　解説

趣旨

２つの図形の関係を回転移動に着目して観察し、数学的な表現を用いた説明の仕方を理解しているかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第１学年〕　Ｂ　図形

(1)　観察、操作や実験などの活動を通して、見通しをもって作図したり図形の関係について調べたりして平面図形についての理解を深めるとともに、論理的に考察し表現する能力を培う。

イ　平行移動、対称移動及び回転移動について理解し、二つの図形の関係について調べること。

■評価の観点

数量や図形などについての知識・理解

解答類型

問題番号			解　答　類　型	正答
1	問１	（正答の条件） 四角形**エ**(四角形ＤＨＰＧ）が四角形**オ**(四角形ＡＨＱＩ）に重なる回転移動に着目し、次の(a)、(b)を記述しているもの。 (a)　「点Ｈを中心に」などの回転の中心の位置 (b)　「180°」などの回転角の大きさ （正答例） 例　点Ｈを中心として、180°（解答類型１）		
		1	(a)、(b)を記述しているもの。	◎
		2	(a)のみを記述しているもの。	
		3	(b)のみを記述しているもの。	
		4	(a)、(b)の記述に誤りがあるもの。	
		9	上記以外の解答	
		0	無解答	

■誤答について

・「辺ＨＤが辺ＡＩと重なる」など、重なる辺を誤って捉えている。（解答類型４）

・回転の中心の位置や回転角の大きさについて記述する必要があることの理解が十分でないと考えられる。（解答類型９）

設問[1]問２

１　解説

趣旨

四角形の内角に着目して、移動させた四角形が平行四辺形になることを説明することができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第１学年〕　Ｂ　図形

(1)　観察、操作や実験などの活動を通して、見通しをもって作図したり図形の関係について調べたりして平面図形についての理解を深めるとともに、論理的に考察し表現する能力を培う。

イ　平行移動、対称移動及び回転移動について理解し、二つの図形の関係について調べること。

〔第２学年〕　Ｂ　図形

(2)　図形の合同について理解し図形についての見方を深めるとともに、図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ、論理的に考察し表現する能力を養う。

ウ　三角形の合同条件などを基にして三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめたり、図形の性質の証明を読んで新たな性質を見いだしたりすること。

■評価の観点

数学的な技能

解答類型

問題番号		解答類型		正答
[1]	問２	(正答の条件) 次の(a)、(b)、(c)を記述しているもの。 (a) ①　対頂角は等しい (b) ②　∠ＧＰＦ　③　∠ＦＰＥ　④　∠ＨＰＧ (c) ２組の対角（向かい合う角）がそれぞれ等しい四角形は平行四辺形であることを用いていること		
		(正答例) ①　対頂角は等しい ②　∠ＧＰＦ　③　∠ＦＰＥ　④　∠ＨＰＧ ⑤　２組の対角がそれぞれ等しい		
		1	(a)、(b)、(c)を記述しているもの。	◎
		2	(a)、(b)について記述しているが、(c)の記述に誤りがあるもの。	
		3	(a)、(b)の記述に誤りがあるもの。	
		9	上記以外の解答	
		0	無解答	

■誤答について

「∠ＥＰＨ＝∠ＩＲＪ、∠ＪＳＥ＝∠ＨＱＩ」に対して「２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は平行四辺形である」と答えるなど平行四辺形になるための条件についての理解が十分ではないと考えられる。（解答類型２）

設問1問３

１　解説

趣旨

最初の四角形の条件を変えたとき、移動させた図形が長方形になることを、理由をそえて説明することができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第２学年〕　Ｂ　図形

(2)　図形の合同について理解し図形についての見方を深めるとともに、図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ、論理的に考察し表現する能力を養う。

ウ　三角形の合同条件などを基にして三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめたり、図形の性質の証明を読んで新たな性質を見いだしたりすること。

■評価の観点

数学的な見方や考え方

解答類型

問題番号		解　答　類　型	正答
1 問３		(正答の条件) 移動後の四角形の名称を「長方形」と書き、ＡまたはＢのいずれかで、それぞれ(a)、(b)、(c)の全てを記述しているもの。 Ａ　移動により、対応する角について記述しているもの。 (a)　(２つの線分ＥＧ、ＦＨが) 垂直に交わっていること (b)　平行移動や回転移動させた図形の対応する角が等しくなっていること (c)　四角形ＰＱＲＳの４つの内角が全て直角であること Ｂ　問２の四角形ＰＱＲＳが平行四辺形であることを利用して記述しているもの。 (a) (２つの線分ＥＧ、ＦＨが) 垂直に交わっていること (b)　四角形ＰＱＲＳが平行四辺形であること (c)　平行四辺形ＰＱＲＳの４つの内角が全て直角であること	
		(正答例) ・Ａ 【移動後の四角形の名称】　長方形 【理由】　(２つの線分ＥＧ、ＦＨは) 垂直に交わっており、また、平行移動や回転移動させた図形の対応する角は等しく、四角形の４つの内角が全て直角になるから。　(解答類型１) ・Ｂ 【移動後の四角形の名称】　長方形 【理由】　(２つの線分ＥＧ、ＦＨは) 垂直に交わっているので∠ＥＰＨ＝90°、また、問２より四角形ＰＱＲＳは平行四辺形であるので、平行四辺形の１つの内角が直角であることから、４つの内角が直角となるから。　(解答類型２)	
	1	移動後の四角形を「長方形」とし、Ａ(a)、(b)、(c)について記述しているもの。	◎
	2	移動後の四角形を「長方形」とし、Ｂ(a)、(b)、(c)について記述しているもの。	◎

		3	移動後の四角形を「長方形」とし、ＥＧ⊥ＦＨや∠ＥＰＨ＝90°について記述しているが、四角形ＰＱＲＳの４つの内角が全て直角であることについての記述がないもの。	
		4	移動後の四角形を「長方形」とし、(a)について記述しているが、(b)または(c)についての記述がないもの。	
		5	移動後の四角形名称を長方形以外の名称を書いているもの。	
		9	上記以外の解答	
		0	無解答	

■誤答について

誤答例として、長方形と記述されているが、理由を正しく記述されていないことが予想される。これは、証明を振り返り、用いた関係と結論を整理して考えることが不十分であったと考えられる。（解答類型３、４）

２　学習指導に当たって

○　平面上にかかれた図形を、きまりに従って移動し、移動前と移動後の２つの図形の関係を捉えることができるようにする　（対応設問：問１）

ある図形がきまりに従って移動していることを視覚的に捉えたり、移動前と移動後の２つの図形の関係を捉えたりすることができるように指導することが大切である。

例えば、ある図形を紙で作って実際に移動させたり、コンピュータを利用して移動させたりするなどして、図形の平行移動、対称移動、回転移動を視覚的に捉える活動を取り入れることが考えられる。また、移動前と移動後の図形の関係を考察することで、例えば、平行移動では、移動前と移動後の図形を比べると、対応する辺が平行になっていることや、対応する点を結ぶ線分がすべて平行で長さが等しくなっていること等、それぞれの移動の性質を見いだすことができるようにすることも大切である。

さらに、移動前と移動後の図形をあらかじめ提示して、２つの図形の構成要素同士の関係を捉えながら、一方を他方に重ねるにはどうしたらよいかを考察し、説明する活動を取り入れることも大切である。

○　問題の条件を変えて発展的に考えられるようにする　（対応設問：問２、問３）

問題の条件を変えて発展的に考えることができるように、証明を読み、結論を導き出すために欠かせない条件や性質を捉える場面を設定することが考えられる。問３の証明において用いた条件「∠ＥＰＨ＝∠ＩＲＪ、∠ＪＳＥ＝∠ＨＱＩ」と照らし合わせ、四角形が等脚台形に変わることにより、四角形の場合の証明で用いた向かい合ったそれぞれの角が、∠ＥＰＨ＝∠ＩＲＪ＝∠ＪＳＥ＝∠ＨＱＩ＝90°となることを見いだすことによって、同じように結論を導き出すことができる場面を設定することが考えられる。このように、一般から特殊へまたは、特殊から一般へと発展的に考えることは、第３学年の三平方の定理の証明や円周角の定理の証明等でも大切である。