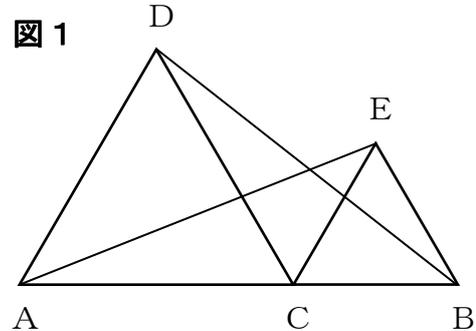


年	組	番	氏名
---	---	---	----

1 花子さんは、次の問題を解きました。  
問題

右の図1のように、線分AB上に点Cをとり、AC、BCをそれぞれ一辺とする正三角形ACD、正三角形CBEをABの上側につくり、AとE、BとDをそれぞれ結ぶ。  
このとき、AE=DBとなることを証明しなさい。



花子さんの証明

$\triangle ACE$ と $\triangle DCB$ において

仮定より、 $\triangle ACD$ と $\triangle CBE$ は正三角形だから

$$AC = DC \quad \dots\dots ①$$

$$CE = CB \quad \dots\dots ②$$

正三角形の1つの内角は $60^\circ$ だから

$$\angle ACD = \angle ECB = 60^\circ \quad \dots\dots ③$$

③より

$$\begin{aligned} \angle ACE &= \angle ACD + \angle DCE \\ &= 60^\circ + \angle DCE \quad \dots\dots ④ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle DCB &= \angle ECB + \angle DCE \\ &= 60^\circ + \angle DCE \quad \dots\dots ⑤ \end{aligned}$$

④、⑤より

$$\angle ACE = \angle DCB \quad \dots\dots ⑥$$

①、②、⑥より

から

$$\triangle ACE \equiv \triangle DCB$$

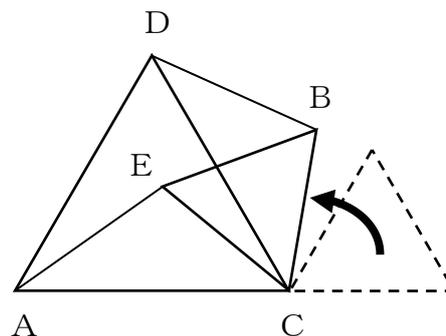
したがって  $AE = DB$

(1) 花子さんの証明において、空欄に当てはまる三角形の合同条件を答えなさい。

(2) 花子さんは、問題を解きながら、**図2**のように、正三角形CBEを点Cを中心として矢印のように、回転移動させた場合も、 $AE = DB$ になると予想しました。

**図2**の場合において、 $AE = DB$ となることは、前ページの**花子さんの証明**の一部を書き直すだけで、(1)と同じ三角形の合同条件で証明できます。書き直すことが必要な部分を下の**ア**から**エ**までの中から1つ選び、正しく書き直さないさい。

**図2**



$\triangle ACE$ と $\triangle DCB$ において

仮定より、 $\triangle ACD$ と $\triangle CBE$ は正三角形だから

**ア**  $AC = DC$  .....①

$CE = CB$  .....②

正三角形の1つの内角は $60^\circ$ だから

**イ**  $\angle ACD = \angle ECB = 60^\circ$  .....③

③より

**ウ**  $\angle ACE = \angle ACD + \angle DCE$   
 $= 60^\circ + \angle DCE$  .....④

$\angle DCB = \angle ECB + \angle DCE$   
 $= 60^\circ + \angle DCE$  .....⑤

④、⑤より

**エ**  $\angle ACE = \angle DCB$  .....⑥

①、②、⑥より

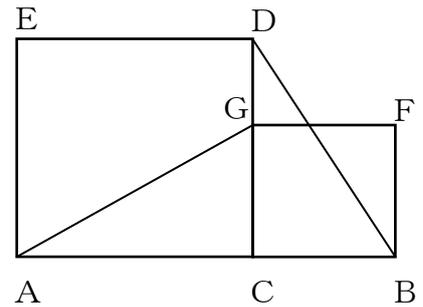
から

$\triangle ACE \equiv \triangle DCB$

したがって  $AE = DB$

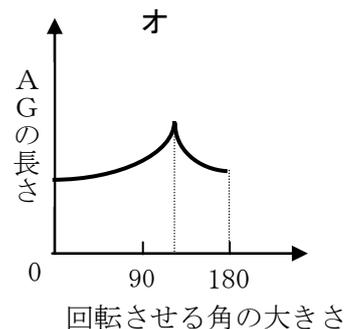
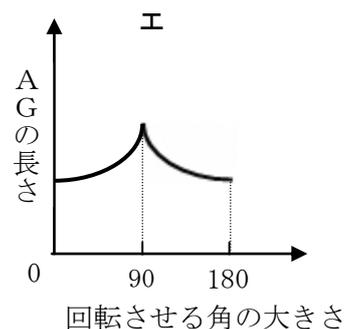
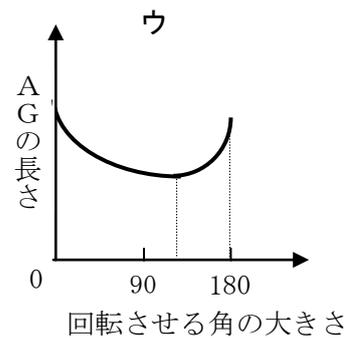
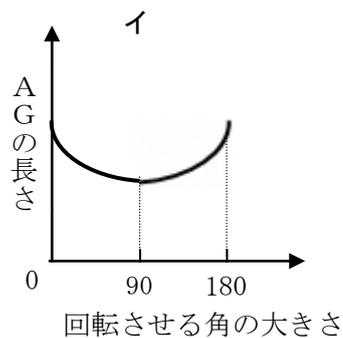
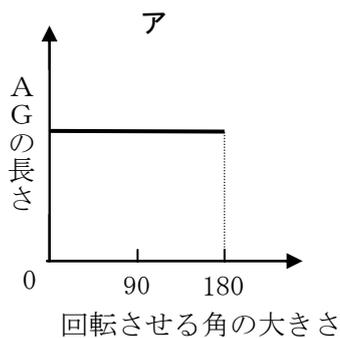
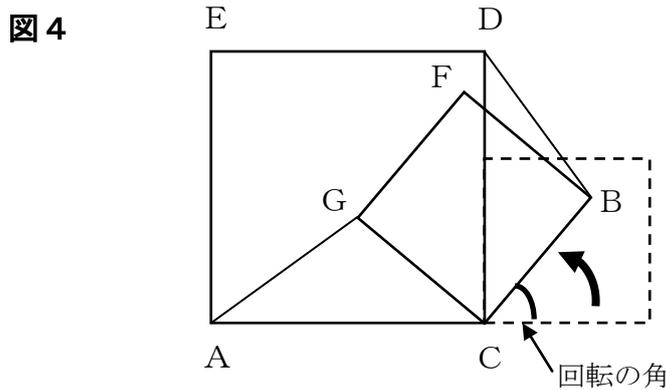
太郎さんは、**図1**の正三角形を正方形に変えたとき、同じようなことがいえないかと考え、**図3**のような図をかき、**花子さんの証明**を参考に考えたところ、同じように  $AG = DB$  となることが分かりました。

**図3**



(3) 太郎さんは、次に、正方形  $CBFG$  を **図4**のように点  $C$  を中心に、 $0^\circ$  から  $180^\circ$  まで回転させたとき、線分  $AG$  の長さがどのように変化するかについて考えました。

回転させる角の大きさが、 $0^\circ$  から  $180^\circ$  へと変化することにもない、線分  $AG$  の長さがどのように変化するかを表すグラフとして適切なものを、**ア**から**オ**の中から選び、記号で答えなさい。



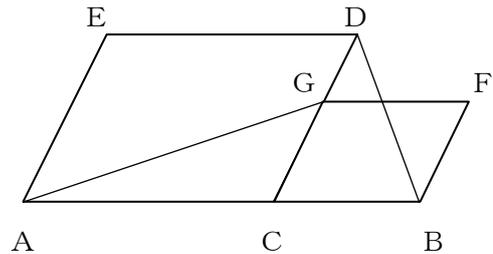
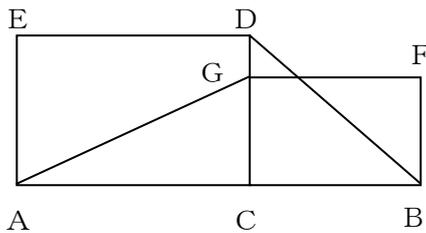
(4) 太郎さんは、さらに、正方形の他に、 $AG = DB$ となる四角形がないかどうか考えました。すると、**図5**のような長方形や平行四辺形では、 $AG = DB$ にならないことが分かりました。

ただし、四角形 $CBFG$ は四角形 $ACDE$ を縮小した四角形とする。

**図5**

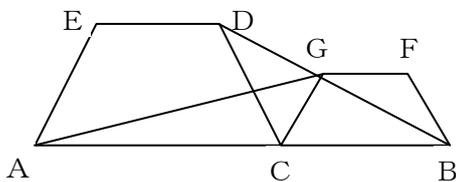
四角形 $ACDE$ と四角形 $CBFG$ が長方形の場合

四角形 $ACDE$ と四角形 $CBFG$ が平行四辺形の場合



次に、**図6**のような四角形 $ACDE$ と四角形 $CBFG$ が等脚台形の場合を考えました。すると、 $AG = DB$ が成り立つ場合があることが分かりました。どのような場合に成り立つのか、また、成り立つ理由を書きなさい。

**図6**



(注) 等脚台形とは、下の図のように $ED \parallel AC$  かつ  $\angle EAC = \angle DCA$  である台形である。

