

4 中学校「数学」

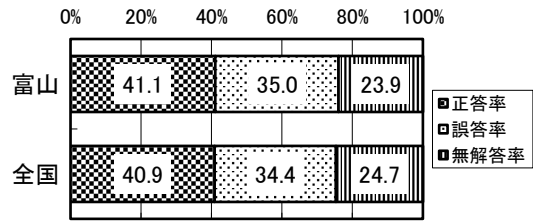
(1) 問題番号⑥(3) <正答率が低く、無解答率が高い問題>

学習指導要領における領域・内容：2 学年 A 数と式(1)イ(イ)

評価の観点：思考・判断・表現 問題形式：記述式

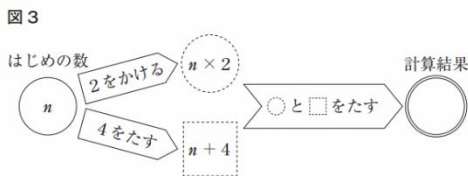
【出題の趣旨】 結論が成り立つための前提を、問題解決の過程や結果を振り返って考え、成り立つ事柄を見だし、説明することができるかどうかをみる。

- 正答率は 41.1% で、全国平均より 0.2 ポイント高い。
- 無解答率は 23.9% (全国 24.7%) と高い。
- 誤答については、はじめの数にかける数として 4 の倍数を記述している生徒が 8.7% (全国 8.7%) である。



⑥ (3) 夏希さんは、7 ページの図 1 の「2 をかける」のかける数「2」は変えずに、「3 をたす」のたす数「3」を 4 の倍数である「4」や「8」に変えれば、計算結果がいつでも 4 の倍数になると考えました。そして、はじめの数としてどんな整数を入れても「はじめの数にかける数が 2、たす数が 4 ならば、計算結果はいつでも 4 の倍数になる」と予想しました。

そこで、夏希さんは、はじめの数として入れる整数を n とし、次の図 3 をかき、下のように計算しました。



夏希さんの計算

はじめの数として入れる整数を n とすると、はじめの数に 2 をかけた数は $n \times 2$ 、4 をたした数は $n + 4$ と表される。計算結果は、

$$n \times 2 + (n + 4)$$

$$= 2n + n + 4$$

$$= 3n + 4$$

計算結果が $3n + 4$ となることから、はじめの数としてどんな整数を入れても「はじめの数にかける数が 2、たす数が 4 ならば、計算結果はいつでも 4 の倍数になる」という予想は成り立たないことがわかります。

上の夏希さんの計算をもとに考えたとき、はじめの数にかける数がいくつ、たす数がいくつならば、計算結果はいつでも 4 の倍数になると予想できますか。「～ならば、……になる。」という形で書きなさい。

〈正答の条件〉

「○○ならば、◇◇になる。」という形で、次の(a)、(b)について記述しているもの。

- (a) ○○が、「はじめの数にかける数が 3、たす数が 4」である。
- (b) ◇◇が、「計算結果はいつでも 4 の倍数」である。

正答例

- はじめの数にかける数が 3、たす数が 4 ならば、計算結果はいつでも 4 の倍数になる。
- はじめの数にかける数が 7、たす数が 8 ならば、計算結果はいつでも 4 の倍数になる。
- はじめの数にかける数が 4 の倍数から 1 ひいた数、たす数が 4 の倍数ならば、計算結果はいつでも 4 の倍数になる。

学習指導上の留意点

○ 結論が成り立つための前提を、問題解決の過程や結果を振り返って捉え、見いだした事柄を数学的に表現できるようにする

予想した事柄が成り立つかどうかを、具体的な数や文字式を用いて調べる活動を通して、結論が成り立つための前提を捉え、見いだした事柄を数学的に表現できるようにすることが大切である。

指導のポイント

- ある事柄が成り立つかどうかを文字式を基に判断したり、文字式の計算の過程や結果を事象と関連付けながら、ある事柄が成り立つための条件を見いだしたりする活動を取り入れる。
- 解決された問題やその解決の過程を振り返り、条件を変えた場合について成り立つ事柄を予想してその予想が成り立つかどうかを調べるなど、新たな問題を見だし解決する活動を取り入れる。

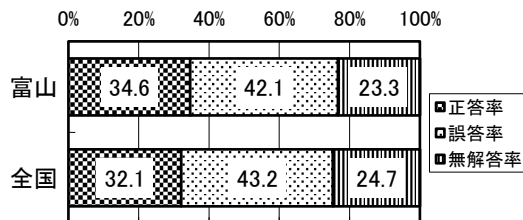
(2) 問題番号⑨(1) <正答率が低く、無解答率が高い問題>

学習指導要領における領域・内容：2学年 B図形(1)イ(ア)

評価の観点：思考・判断・表現 問題形式：記述式

【出題の趣旨】 ある事柄が成り立つことを構想に基づいて証明することができるかどうかをみる。

- ・正答率は34.6%で、全国平均より2.5ポイント高いが、全問題中2番目に正答率が低い。
- ・無解答率は23.3%（全国24.7%）と高い。
- ・誤答については、 $BC \parallel AE$ のみ（結論のみや根拠の表現が十分でない記述を含む）記述している生徒が19.6%（全国19.6%）である。



⑨ 次の図1のように、 $CA = CB$ の二等辺三角形 ABC と、 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ となるような $\triangle DEF$ の2つの三角形を厚紙で作ります。

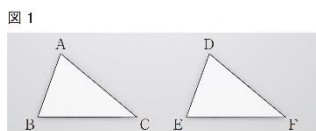
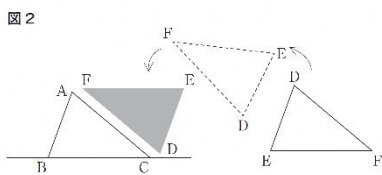


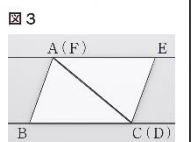
図1の2つの三角形の厚紙を使って、次の方法1と方法2でそれぞれ2つの直線をひきます。

方法1

◇ $\triangle ABC$ を置いて、直線 BC をひく。そして、図2のように、 $\triangle DEF$ を回して、点 F を点 A に、点 D を点 C に重ねる。



◇ 図3のように、点 A と点 F が重なった点を A として、直線 AE をひく。また、点 C と点 D が重なった点を C とする。



(1) 優奈さんは、前ページの方法1の直線 BC と直線 AE が平行になるかどうかを調べるために、右の図6をかきました。図6の $\triangle ABC$ と $\triangle CEA$ は、それぞれ $CA = CB$ 、 $AC = AE$ で、 $\triangle ABC \cong \triangle CEA$ です。

図6

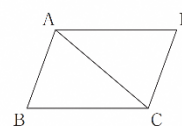


図6において、 $BC \parallel AE$ であることは、すでにわかっている $\triangle ABC \cong \triangle CEA$ をもとにして、同位角または錯角が等しいことを示すことで証明できます。 $BC \parallel AE$ であることを証明しなさい。

〈正答の条件〉

次の(a)、(b)とそれぞれの根拠を記述し、証明しているもの。

なお、ここで根拠として求める記述は、正答例に記載されている程度のもとする。

- (a) $\angle BCA = \angle EAC$
(b) $BC \parallel AE$

正答例

- ・ $\triangle ABC \cong \triangle CEA$ より、合同な図形の対応する角は等しいから、
 $\angle BCA = \angle EAC$
よって、錯角が等しいから、
 $BC \parallel AE$

学習指導上の留意点

- 観察や操作、実験等の活動を通して、図形の性質を見いだすことや、統合的・発展的に考察することができるようにする

事柄が成り立つことを証明することができるようにするためには、構想を立て、それに基づいて仮定から結論を導く推論の過程を数学的に表現できるように指導することが大切である。

さらに、図形の性質を考察する場面では、観察や操作、実験等の活動を通して、予想した事柄が成り立つ理由を筋道を立てて考えることができるようにするとともに、条件を変えるなどして統合的・発展的に考察することができるようにすることが大切である。

指導のポイント

- ・根拠となる事柄を捉え、その事柄を与えられた条件から導く過程を考えるとといった構想を立てる活動を取り入れる。
- ・実際に合同な図形を用いたり、図をかいたりするなどの具体的な操作を通して関係を予想する場面を設定し、予想した事柄が成り立つことを証明する活動を取り入れる。
- ・一旦解決された問題やその解決過程を振り返り、問題の条件を見直したり、共通する条件や図形の性質を見いだしたりすることを通して、統合的・発展的に考察する活動を取り入れる。

(3) 問題番号 **1** と **5** < 正答率が全国平均よりも低い問題 >

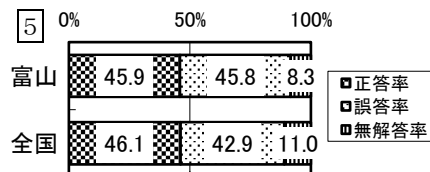
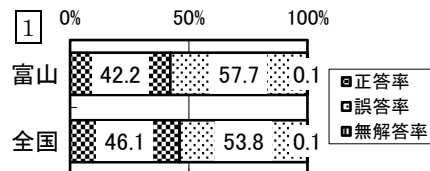
学習指導要領における領域・内容：**1** 1 学年 A 数と式(1)ア(ア)

5 1 学年 D データの活用(1)ア(ア)

評価の観点：知識・技能 問題形式：**1** 選択式 **5** 短答式

【出題の趣旨】 自然数や累積度数の意味を理解しているかどうかをみる。

- ・全問題中、全国平均より正答率が下回った問題が2問あり、いずれも知識・技能を問う設問 **1** と **5** である。
- ・**1** の正答率は 42.2% で、全国平均より 3.9 ポイント低い。**5** の正答率は 45.9% で、全国平均より 0.2 ポイント低く、無解答率も 8.3% (全国 11.0%) と高い。
- ・誤答については、**1** では 0 を自然数に含めて解答している生徒が 32.7% (全国 30.1%) と多く、**5** では累積度数を求めるところ、誤って相対度数を求めている生徒が 12.6% (全国 11.7%) である。



1 下のアからオまでの数の中から自然数をすべて選びなさい。

- ア -5
- イ 0
- ウ 3
- エ 4.7
- オ 9

正答 ウ・オ

5 ある市の中学生の水泳大会における女子 50 m 自由形に出場した 40 人の記録を調べました。調べた結果を、次の累積度数を含めた度数分布表に整理します。

女子 50 m 自由形の記録

階級(秒)	度数(人)	累積度数(人)
以上 未満		
27.00 ~ 28.00	3	<input type="text"/>
28.00 ~ 29.00	2	<input type="text"/>
29.00 ~ 30.00	4	ア
30.00 ~ 31.00	11	<input type="text"/>
31.00 ~ 32.00	8	<input type="text"/>
32.00 ~ 33.00	6	<input type="text"/>
33.00 ~ 34.00	3	<input type="text"/>
34.00 ~ 35.00	3	<input type="text"/>
合計	40	

女子 50 m 自由形の記録の **ア** には最小の階級から 29.00 秒以上 30.00 秒未満の階級までの累積度数が入ります。**ア** に入る値を求めなさい。

正答 9

学習指導上の留意点

○ 数学的活動を通して、知識・技能を身に付けることができるようにする

数の範囲を正の数と負の数にまで拡張して、数の集合を捉え直す場面を設定し、自然数や整数の意味を理解できるようにすることが大切である。

また、累積度数は、度数分布表やヒストグラムを用いてデータの傾向を読み取る際に必要であり、累積度数の必要性和意味について理解できるように指導することが大切である。

指導のポイント

- ・小学校算数科において、整数を 0 と正の整数を合わせたものとして捉えていたことを振り返り、中学校数学科では、負の整数に加えて、整数を正の整数(自然数)、0、負の整数と捉え直し、整数の意味について理解が深まるようにする。
- ・累積度数を用いて考察する場面を設定するとともに、不確定な事象についてデータに基づいて判断する活動を通して、目的に応じて累積度数を用いることができるようにする。